

Comment montrer que deux événements A et B sont indépendants

La méthode	Un exemple																																
<p>Données de l'exercice</p> <p>A et B sont des événements d'un univers Ω Les probabilités $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$ sont données Montrer que A et B sont indépendants</p>	<p>Le quart de la population d'un pays a été vacciné. Parmi les vaccinés, on compte 1/12 de malades ; parmi les non vaccinés, 11/12 ne sont pas malades Montrer que les événements V et M sont indépendants</p>																																
<p>1^{ère} étape</p> <p>Construire un tableau à double entrée :</p> <table border="1" data-bbox="762 1393 1075 2096"> <tr> <td></td> <td>A</td> <td>\bar{A}</td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>$p(A \cap B)$</td> <td>$p(\bar{A} \cap B)$</td> <td>$p(B)$</td> </tr> <tr> <td>\bar{B}</td> <td>$p(A \cap \bar{B})$</td> <td>$p(\bar{A} \cap \bar{B})$</td> <td>$p(\bar{B})$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$p(A)$</td> <td>$p(\bar{A})$</td> <td>1</td> </tr> </table>		A	\bar{A}		B	$p(A \cap B)$	$p(\bar{A} \cap B)$	$p(B)$	\bar{B}	$p(A \cap \bar{B})$	$p(\bar{A} \cap \bar{B})$	$p(\bar{B})$		$p(A)$	$p(\bar{A})$	1	<table border="1" data-bbox="655 351 922 999"> <tr> <td></td> <td>V</td> <td>\bar{V}</td> <td></td> </tr> <tr> <td>M</td> <td>1/48</td> <td>3/48</td> <td>4/48</td> </tr> <tr> <td>\bar{M}</td> <td>11/48</td> <td>33/48</td> <td>44/48</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1/4</td> <td>3/4</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>$p(V) = 1/4$ $p_V(M) = 1/12$ donc $p(V \cap M) = p(V) \times p_V(M) = 1/48$</p> <p>$p(\bar{V}) = 1 - p(V) = 3/4$ $p_{\bar{V}}(\bar{M}) = 11/12$ donc $p(\bar{V} \cap \bar{M}) = p(\bar{V}) \times p_{\bar{V}}(\bar{M}) = 33/48$</p>		V	\bar{V}		M	1/48	3/48	4/48	\bar{M}	11/48	33/48	44/48		1/4	3/4	1
	A	\bar{A}																															
B	$p(A \cap B)$	$p(\bar{A} \cap B)$	$p(B)$																														
\bar{B}	$p(A \cap \bar{B})$	$p(\bar{A} \cap \bar{B})$	$p(\bar{B})$																														
	$p(A)$	$p(\bar{A})$	1																														
	V	\bar{V}																															
M	1/48	3/48	4/48																														
\bar{M}	11/48	33/48	44/48																														
	1/4	3/4	1																														
<p>2^{ème} étape</p> <p>Utiliser la propriété suivante : A et B sont indépendants si et seulement si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$</p>	<p>$p(V \cap M) = \frac{1}{48}$</p> <p>$p(V) \times p(M) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{48}$</p> <p>donc V et M sont indépendants</p>																																