1. Arithmétique

Entier naturel	Un **entier naturel** est un nombre entier positif ou nul Exemple : 0, 1, 2, 3 sont des entiers naturels
Nombre premier	Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même Exemple : 2, 3, 5, 7 sont des nombres premiers
Propriétés	• 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur : lui-même • 2 est le seul nombre premier pair • Un nombre entier n (supérieur ou égal à 2) est premier si aucun des nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{n}$ ne le divise
Multiple / Diviseur	a et b sont deux entiers naturels, $b \neq 0$ ***a* est un multiple de *b*** s'il existe un entier k tel que : $a = kb$ On dit aussi que : « b est un **diviseur** de a » ou « a est **divisible** par b » Exemple 21 est un multiple de 3 car $21 = 7 \times 3$ 3 est un diviseur de 21 21 est divisible par 3
Critères de divisibilité	Un nombre pair est **divisible par 2** Exemple : 10, 24, 148 Un nombre se terminant par 0 ou 5 est **divisible par 5** Exemple : 10, 45, 145 Un nombre dont la somme des chiffres est un multiple de 3 est **divisible par 3** Exemple : 15, 153, 11481 Un nombre dont la somme des chiffres est un multiple de 9 est **divisible par 9** Exemple : 18, 234, 14895
Diviseur commun	a, b et d sont des entiers naturels, $d \neq 0$ On dit que ***d* est un diviseur commun de *a* et de *b*** si d divise a et d divise b Exemple Les diviseurs de 10 sont : **1**, **2**, 5 et 10 Les diviseurs de 22 sont : **1**, **2**, 11 et 22 Les diviseurs communs de 10 et 22 sont : 1 et 2

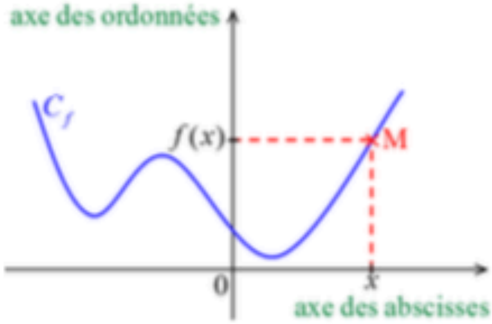
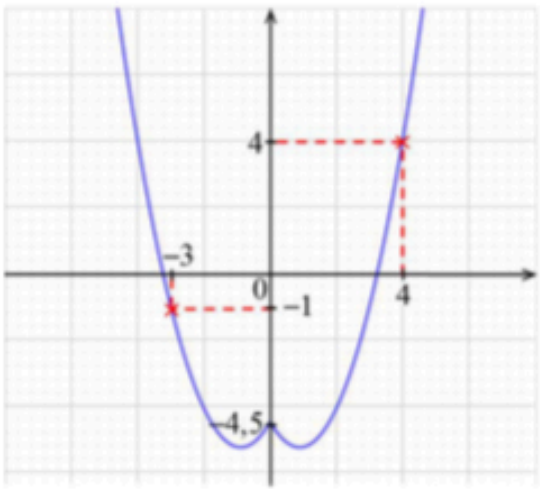
4. Puissances

Puissance d'un nombre réel	a est un nombre réel, et n est un nombre entier, $n \geq 1$ Le nombre « ***a* à la puissance *n*** » est défini par : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}$ L'entier n est appelé **l'exposant** Exemple $2^5 = 2\times2\times2\times2\times2 = 32$
Règles	$a^0 = 1$ et $a^1 = 1$ pour tout nombre réel a
Puissance négatif d'un nombre réel non nul	***a*** est un nombre réel **non nul**, et ***n*** est un nombre entier, $n \geq 1$: $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ Si $n = 1$ alors : $a^{-1} = \dfrac{1}{a^1} = \dfrac{1}{a}$
Propriétés	a et b sont des nombres réels, n et m sont des entiers relatifs : • $a^n \times a^m = a^{n+m}$ • $(a\times b)^n = a^n \times b^n$ Attention : $(a+b)^n \neq a^n + b^n$ • $(a^n)^m = a^{n\times m}$ • $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$ • $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $(a \neq 0)$
Remarques	Pour tout nombre réel a : • Si n est un entier **pair**, alors : $(-a)^n = a^n$ • Si n est un entier **impair**, alors : $(-a)^n = -a^n$
Notation scientifique	Tout **nombre décimal *A*** peut s'écrire en sous la forme : $A = a \times 10^n$ où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et n est un entier relatif C'est la **notation scientifique** du nombre décimal A Si on arrondit a à l'entier le plus proche, on obtient un ordre de grandeur du nombre A

8. Notion de fonction

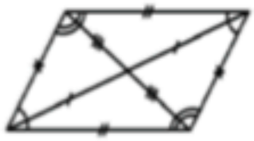
Notion de fonction	Une **fonction** est un processus qui transforme (ou associe) un nombre en (à) un autre nombre : le premier a pour image le second, et le second a pour antécédent le premier Une fonction est notée par une lettre : f, g, h, … Le nombre transformé est noté x : c'est une variable Ainsi : un nombre x est transformé (ou associé), **par la fonction f**, en (à) un **unique** nombre noté $f(x)$: $f(x)$ est l'image de x par la fonction f x est appelé l'antécédent de $f(x)$ par la fonction f <u>Exemple</u> : $f : x \mapsto 2x+3$ désigne le processus (la fonction) qui transforme (ou associe) le nombre x en (à) $2x+3$ Le nombre $2x+3$ est l'image du nombre x par la fonction f On note : $f(x)=2x+3$
Propriétés	**L'image** d'un nombre par une fonction est unique Par une fonction, un nombre peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents <u>Exemple</u> : soit la fonction f définie par $f : x \mapsto x^2$ L'image de 3 est unique : $3^2=9$ 9 a deux antécédents : 3 et -3 puisque $3^2=(-3)^2=9$
Calcul de l'image d'un nombre par une fonction	Calculer l'image d'un nombre x par la fonction f, c'est **déterminer la valeur du nombre $f(x)$** connaissant la valeur du nombre x <u>Exemple</u> : soit la fonction f définie par : $f : x \mapsto 2x+3$ L'image de 2 par la fonction f est : $f(2)=2\times(2)+3=7$
Calcul de(s) antécédent(s) d'un nombre par une fonction	Calculer le(s) antécédent(s) d'un nombre y par la fonction f, c'est déterminer les éventuelles valeurs (si elles existent) du nombre x **tels que y soit l'image de x par la fonction f** : $y=f(x)$ <u>Exemples</u> Déterminer le(s) antécédent(s) de -2 par la fonction f définie par : • $f : x \mapsto 2x-6$ On résoud l'équation $f(x)=-2$: $2x-6=-2$ soit $2x=4$ $x=2$ est l'antécédent (unique) de -2 par la fonction f • $f : x \mapsto x^2$ On résoud l'équation $f(x)=-2$: $x^2=-2$ n'a pas de solution -2 n'a pas d'antécédent par la fonction f

8. Notion de fonction (II)

Courbe représentative d'une fonction dans un repère	Le processus défini par une fonction peut être **visualisé graphiquement dans un repère** à partir de la courbe constituée de tous les points M ayant pour abscisse x et pour ordonnée $f(x)$: M $(x\,;f(x))$ 
Lecture graphique de l'image d'un nombre par une fonction	**Lire graphiquement l'image d'un nombre** par une fonction consiste à poser la valeur de ce nombre sur l'axe des abscisses et rechercher l'ordonnée du point associé à cette valeur sur la courbe représentative de la fonction f Exemple  Ainsi : 4 a pour image 4 par la fonction f, soit $f(4)=4$ 0 a pour image $-4{,}5$ par la fonction f, soit $f(0)=-4{,}5$ -3 a pour image -1 par la fonction f, soit $f(-3)=-1$

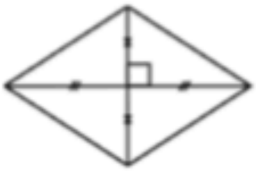
13. Configurations du plan

Le parallèlogramme



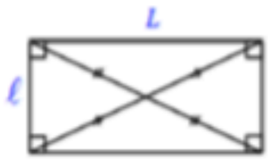
- Un **parallélogramme** est un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés sont parallèles
- Ses côtés opposés sont de même longueur
- Ses diagonales se coupent en leur milieu
- Ses angles opposés sont de même mesure
- Le point d'intersection des diagonales est le centre du parallélogramme et son centre de symétrie
- La somme des angles est égale à 360°

Le losange



- Un **losange** est un parallélogramme dont les quatre côtés sont de même longueur
- Ses diagonales sont perpendiculaires
- Un parallélogramme dont deux côtés consécutifs sont de même longueur est un losange
- Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange

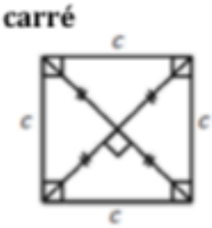
Le rectangle



- Un **rectangle** est un parallélogramme dont les quatre angles sont des angles droits
- Ses diagonales sont de même longueur
- Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle
- Un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur est un rectangle
- **L'aire** d'un rectangle de **longueur L et de largeur ℓ** est :

$$\text{Aire} = \ell \times L$$

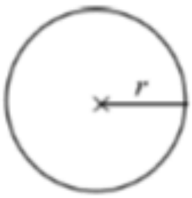
Le carré



- Un **carré** est un parallélogramme qui a quatre côtés de même longueur et quatre angles droits
- Un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange est un carré
- **L'aire** d'un carré de **côté c** est :

$$\text{Aire} = c \times c = c^2$$

Le cercle et le disque



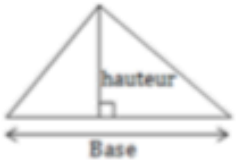
Soit O un point du plan et r un nombre positif

- Le **cercle de centre O et de rayon r** est l'ensemble des points M tels que $OM = r$
- L'intérieur du cercle s'appelle le **disque** : c'est l'ensemble des points M du plan tels que $OM \leq r$
- **L'aire** d'un cercle de **rayon r** est :

$$\text{Aire} = \pi r^2$$

13. Configurations du plan (II)

Le triangle



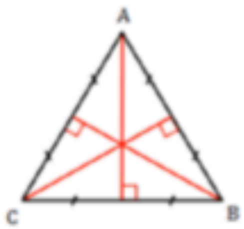
- La somme des angles d'un triangle est **égale à 180°**
- **Inégalité triangulaire** : quelque soit le triangle ABC, on a toujours l'inégalité $AB + AC \leq BC$
- **L'aire** d'un triangle de **base *b* et de hauteur *h*** est :

$$\text{Aire} = \frac{h \times b}{2}$$

Le triangle isocèle

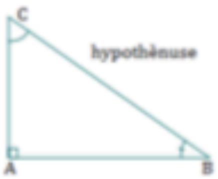
- Un triangle ABC est **isocèle en A** si : AB = AC
- Si le triangle ABC est isocèle en A, alors $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$
- Si le triangle ABC est tel que $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ alors il est isocèle en A
- Si le triangle ABC est isocèle en A, alors la médiane, la hauteur, la médiatrice et la bissectrice issues de A sont confondues : elles forment l'axe de symétrie du triangle

Le triangle équilatéral



- Un triangle ABC est **équilatéral** si : AB = AC = BC
- Si le triangle ABC est équilatéral, alors les trois angles sont de même mesure : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{CAB} = 60°$
- Les trois médianes sont aussi les trois hauteurs, les trois médiatrices, les trois bissectrices et les trois axes de symétrie du triangle

Le triangle rectangle



- Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit
- Le côté opposé au sommet de l'angle droit est appelé hypoténuse
- **L'aire** d'un triangle ABC est **rectangle en A** est :

$$\text{Aire} = \frac{AB \times AC}{2}$$

Les médiatrices d'un triangle

Une **médiatrice** d'un triangle est une droite qui coupe un côté perpendiculairement et en son milieu

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes

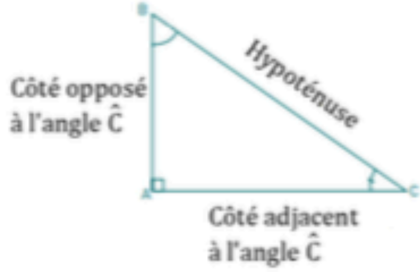
Leur point d'intersection est le centre du cercle circonscrit au triangle

19. Trigonométrie dans un triangle rectangle

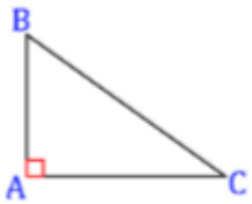
Vocabulaire

Dans le **triangle rectangle en A** :

- l'angle $\hat{A}$ est un angle droit
- les angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ sont des angles aigus
- [BC] est l'hypoténuse
- [AC] est le côté adjacent à l'angle $\hat{C}$
- [AB] est le côté opposé à l'angle $\hat{C}$



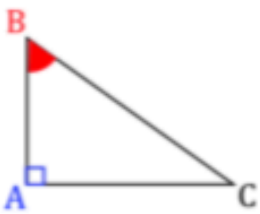
Rappel sur le Théorème de Pythagore



ABC est un triangle dont le plus grand côté est $[BC]$

- **Théorème de Pythagore** :
  Si le triangle ABC est rectangle en A, **alors**
  $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- **Réciproque du Théorème de Pythagore** :
  Si $AB^2 + AC^2 = BC^2$, **alors** le triangle ABC est rectangle en A et $[BC]$ est son hypoténuse
- **Contraposée du Théorème de Pythagore** :
  Si $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$, **alors** le triangle ABC n'est <u>pas</u> rectangle en A

Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu



Dans le triangle ABC **rectangle en A, $\hat{B}$ est un angle aigu :**

- le **cosinus de $\hat{B}$** est défini par :
  $$\cos\hat{B} = \frac{\text{Longueur du côté adjacent } \hat{B}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$
- le **sinus de $\hat{B}$** est défini par :
  $$\sin\hat{B} = \frac{\text{Longueur du côté opposé à } \hat{B}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$
- la **tangente de $\hat{B}$** est définie par :
  $$\tan\hat{B} = \frac{\text{Longueur du côté opposé à } \hat{B}}{\text{Longueur du côté adjacent à } \hat{B}} = \frac{AC}{AB}$$

22. Algorithme et programmation

Algorithme	Un **algorithme** (programme informatique) est une suite d'instructions détaillées, exécutables dans un ordre déterminé par une machine et qui conduit à un résultat donné <u>Exemple</u> 1. Choisir un nombre entier (On saisit x) 2. Le multiplier par lui-même (On calcule x^2) 3. Ajouter 3 (On calcule x^2+3) 4. Afficher le résultat obtenu (On affiche x^2+3)
Variables	Les données (nombres, texte) utilisées par l'algorithme sont stockées dans la mémoire du programme à un emplacement appelé **variables** et repéré par une **lettre** On peut se représenter une variable comme une boîte portant une étiquette (le nom de la variable) à l'intérieur de laquelle on peut placer un contenu (la donnée) **Déclarer une variable**, c'est indiquer le nom et le type de la variable (nombre texte,...) d'une variable que l'on utilisera dans l'algorithme <u>Exemple</u> X est un nombre entier
Boucle	Une **boucle** permet de répéter un certain nombre de fois une suite d'instruction <u>Exemple</u> Répéter 10 fois X prend la valeur $X+1$
Instruction conditionnelle	Une **instruction conditionnelle** effectue un certain traitement des variables selon qu'une condition est vérifiée ou non • **Instruction « Si… alors … sinon »** Si *condition* alors Instructions 1 Sinon instructions 2 Fin • **Instruction « Répéter jusqu'à»** Répéter jusqu'à Instructions Fin